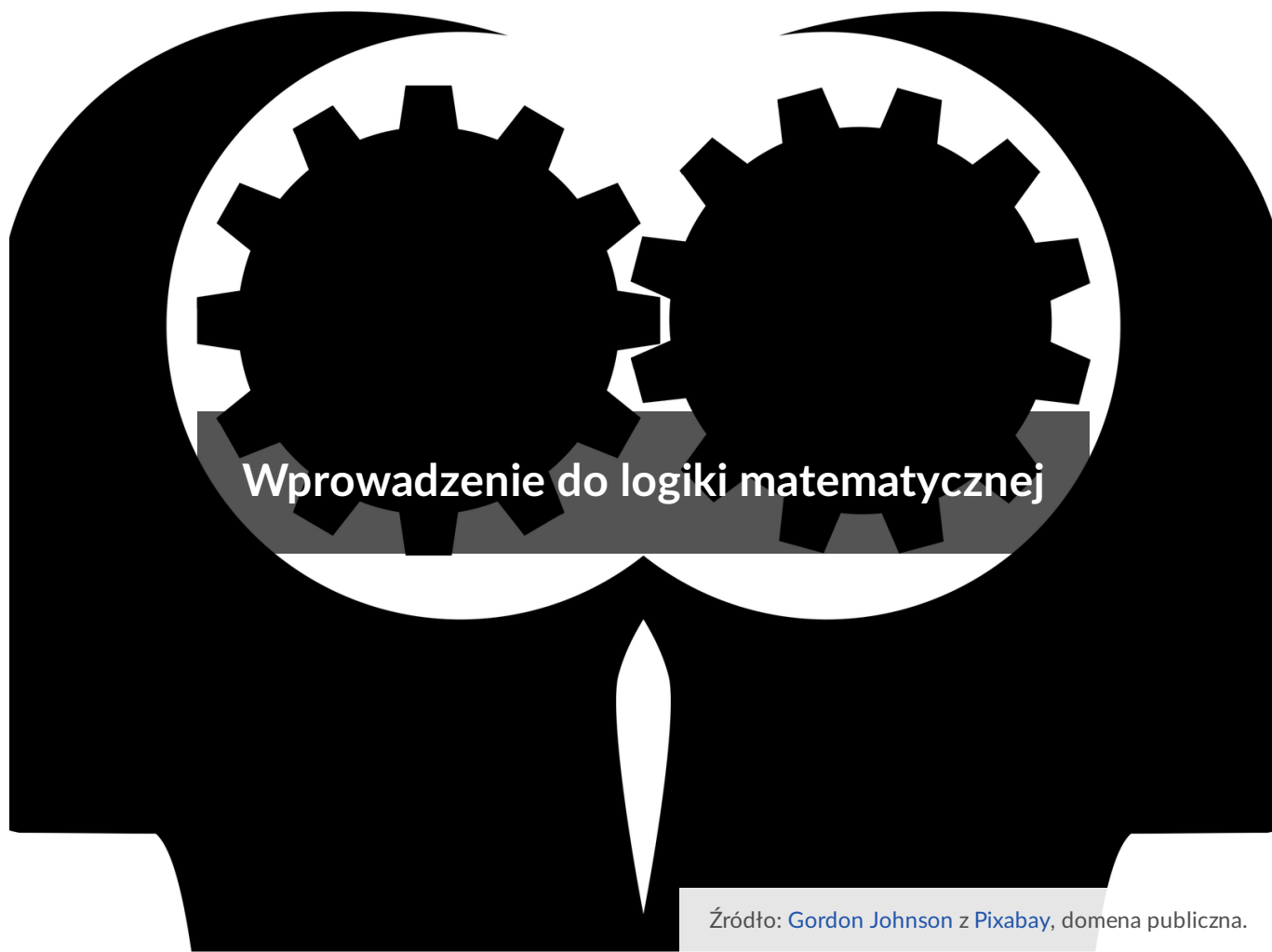




Wprowadzenie do logiki matematycznej

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Mapa myśli](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Odkrywanie prawd jest zadaniem wszelkiej nauki; zadaniem logiki jest odkrywanie praw prawdziwości – powiedział w 1918 roku Friedrich Ludwig Gottlob Frege, niemiecki matematyk, logik i filozof. Logika ma długą historię. Jej początki sięgają Chin (IV-III wiek p.n.e.) i starożytnej Grecji (V wiek p.n.e.).

Logika to dział matematyki badający warunki poprawności wnioskowań. W matematyce wnioskujemy bardzo często, chcemy przy tym, aby nasze wnioskowania były poprawne, więc warto zapoznać się z podstawami logiki.

Materiał zawarty w tej lekcji jest materiałem nadobowiązkowym, więc jeśli nie interesuje Cię ta tematyka, możesz po prostu lekcję pominąć.

Twoje cele

- Poznasz podstawowe pojęcia z zakresu logiki matematycznej.
- Odróżnisz zdanie w sensie logiki od zdania w sensie potocznym.
- Zbudujesz zdanie logiczne prawdziwe i zdanie logiczne fałszywe.

- Określisz wartość logiczną zdania w sensie logiki.
- Sformułujesz zdanie logiczne złożone w postaci negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności.
- Określisz wartość logiczną złożonego zdania logicznego.
- Poznasz podstawowe tautologie.
- Poznasz formy zdaniowe.

Przeczytaj

W logice posługujemy się zdaniami, nie każde jednak zdanie z języka potocznego jest zdaniem w sensie logiki.

Zdanie w sensie logiki to wypowiedź języka, której można przypisać jedną z dwóch wartości logicznych: prawdę (oznaczaną w logice symbolem 1, chociaż czasem można spotkać oznaczenie P , lub – z języka angielskiego T – true) lub fałsz (oznaczaną w logice symbolem 0, chociaż czasem można spotkać oznaczenie F -fałsz, lub – z języka angielskiego – również F – false). Zdania w sensie logiki zwykle oznaczamy małymi literami p, q, r, t itd.

Przykład 1

Przeanalizujmy poniższe zdania nie dotyczące matematyki. Czy są one prawdziwe, czy fałszywe? Na podstawie czego możemy ocenić ich wartość logiczną?

Zdanie p : „Potop” napisał Bolesław Prus.

Zdanie q : „Potop” napisał Henryk Sienkiewicz.

Zdanie r : Kto przeczytał „Potop”?

Rozwiązanie:

Zdanie p jest fałszywe, zdanie q jest prawdziwe. Ich wartość logiczną możemy ocenić na podstawie naszej wiedzy z literatury. Zdanie r nie jest zdaniem w sensie logiki, ponieważ nie można mu przypisać żadnej z dwóch wartości logicznych.

Przykład 2

Przeanalizujmy poniższe zdania dotyczące matematyki. Czy są one prawdziwe, czy fałszywe? Na podstawie czego możemy ocenić ich wartość logiczną?

Zdanie p : Czworokąt nie ma przekątnych.

Zdanie q : Trójkąt nie ma przekątnych.

Zdanie r : Pożycz mi ekierkę!

Rozwiązanie:

Zdanie p jest fałszywe, zdanie q jest prawdziwe. Ich wartość logiczną możemy ocenić na podstawie naszej wiedzy z geometrii. Zdanie r nie jest zdaniem w sensie logiki, ponieważ nie można mu przypisać żadnej z dwóch wartości logicznych.

Z pojedynczych **zdań logicznych** możemy budować zdania złożone, podobnie jak w języku potocznym. Budując zdania złożone posługujemy się **spójnikami** – w logice nazywamy je funktorami logicznymi.

Funktory logiczne mogą być jednoargumentowe lub dwuargumentowe.

Funktor jednoargumentowy (wystarczy jedno zdanie):

- **negacja** (inaczej zaprzeczenie) – oznaczenie symboliczne: $\sim$ (nieprawda, że ...)

Przykład 3

Rozważmy zdanie p : Liczba 5 jest parzysta. Jak zapiszemy negację tego zdania?

Rozwiązanie:

Negacja zdania p : Nieprawda, że liczba 5 jest parzysta.

Inaczej zaprzeczenie zdania p możemy sformułować następująco: Liczba 5 nie jest parzysta. W języku matematyki można też wyrazić: Liczba 5 jest nieparzysta.

Przykład 4

Rozważmy zdanie q : Trapez ma dwie przekątne. Jak zapiszemy negację tego zdania?

Rozwiązanie:

Negacja zdania q : Nieprawda, że trapez ma dwie przekątne.

Zauważmy, że zdanie p jest fałszywe, a jego zaprzeczenie $\sim p$ jest zdaniem prawdziwym, natomiast zdanie q jest zdaniem prawdziwym, a jego zaprzeczenie $\sim q$ jest zdaniem fałszywym. Jest to zgodne z naszą intuicją.

Jeśli mówimy prawdę, a potem jej zaprzeczamy, to mówimy coś fałszywego z punktu widzenia logiki.

I odwrotnie: jeśli powiedzieliśmy coś fałszywego, a potem zaprzeczyliśmy (bo np. przestraszyliśmy się konsekwencji swojego kłamstwa), to tym razem powiedzieliśmy prawdę.

W ocenie prawdziwości zdań złożonych pomagają nam nie tylko „zdroworozsądkowe” nawyki z życia codziennego, ale też precyzyjna metoda wprowadzona przez matematyków. Jest to tzw. metoda zero–jedynekowa. Oznaczmy **wartość logiczną** zdania prawdziwego symbolem 1, a fałszywego symbolem 0. Dla negacji zdania układ wartości układu się tak, jak w tabelce.

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zaprzeczenia zdania p , czyli $\sim p$
1	0

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zaprzeczenia zdania p , czyli $\sim p$
0	1

Inaczej powiemy, że zaprzeczenie zdania ma wartość logiczną przeciwną do wartości logicznej rozpatrywanego zdania.

Zdania złożone z większej liczby zdań prostych budujemy przy pomocy funktorów dwuargumentowych. Weźmy pod uwagę dwa zdania.

Zdanie p : Okrąg ma jeden środek. Zdanie q : Trójkąt ma cztery wierzchołki.

Korzystanie z funktorów dwuargumentowych będziemy poznawać w oparciu o te dwa zdania.

Funktory dwuargumentowe (wymagają dwóch zdań) to:

- **koniunkcja zdań p i q** (inaczej iloczyn logiczny) – oznaczenie symboliczne:
 $p \wedge q - (... \text{ i } ...)$

Wartości logiczne zdania zbudowanego w postaci koniunkcji w odniesieniu do wartości logicznych zdań składowych przedstawia poniższa tabela.

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zdania q	Wartość logiczna koniunkcji zdań $p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Jest ona zgodna z naszą intuicją wynikająca z życia codziennego: aby zdanie złożone, w którym występują dwa zdania składowe połączone spójnikiem „i” było prawdziwe, oba zdania składowe muszą być prawdziwe.

Przykład 5

Jak zapiszemy i wypowiemy **koniunkcję** zdań p i q ? Czy jest to zdanie prawdziwe?

Rozwiązanie:

Koniunkcja zdań p i q to: $(p \wedge q)$. Przykład: okrąg ma jeden środek i trójkąt ma cztery wierzchołki.

Zdanie to nie jest prawdziwe, ponieważ przynajmniej jedno ze zdań składowych (zdanie q) jest fałszywe.

- **alternatywa zdań p i q** (inaczej suma logiczna) – oznaczenie symboliczne:
 $p \vee q$ – (... lub ...)

Wartości logiczne zdania zbudowanego w postaci alternatywy w odniesieniu do wartości logicznych zdań składowych przedstawia poniższa tabela.

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zdania q	Wartość logiczna alternatywy zdań $p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Jest ona zgodna z naszą intuicją wynikająca z życia codziennego: aby zdanie złożone, w którym występują dwa zdania składowe połączone spójnikiem „lub” było prawdziwe, wystarczy, aby jedno zdanie składowe było prawdziwe.

Przykład 6

Jak zapiszemy i wypowiemy alternatywę podanych wyżej zdań p i q ? Czy jest to zdanie prawdziwe?

Rozwiązanie:

Alternatywa zdań p i q brzmi: $(p \vee q)$: Okrąg ma jeden środek lub trójkąt ma cztery wierzchołki.

Zdanie jest prawdziwe, ponieważ przynajmniej jedno ze zdań składowych (zdanie p) jest prawdziwe.

- **implikacja zdań p i q** (inaczej wynikanie) – oznaczenie symboliczne:
 $p \Rightarrow q$ – (jeżeli ..., to ...); zdanie p nazywamy poprzednikiem, a zdanie q następnikiem

Wartości logiczne zdania zbudowanego w postaci implikacji w odniesieniu do wartości logicznych zdań składowych przedstawia poniższa tabela.

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zdania q	Wartość logiczna implikacji zdań $p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tutaj intuicja w zasadzie nie podpowiada nam nic, jeżeli chodzi o związek wartości logicznej implikacji z wartościami logicznymi zdań składowych. Musimy przyjąć to, co zaproponowali logicy: z prawdy może wynikać prawda, z fałszu może wynikać prawda, z fałszu może wynikać fałsz, jedynie z prawdy nie może wynikać fałsz. Tylko w tej sytuacji implikacja jest fałszywa.

Przykład 7

Jak zapiszemy i wypowiemy implikację, gdzie poprzednikiem jest zdanie p , następnikiem zdanie q ? Czy jest to zdanie prawdziwe?

Rozwiązanie:

Implikacja zbudowana z wyżej określonych zdań p i q brzmi: $(p \Rightarrow q)$: Jeżeli okrag ma jeden środek, to trójkąt ma cztery wierzchołki.

Zdanie nie jest prawdziwe, ponieważ zdanie p jest prawdziwe, ale zdanie q jest fałszywe, a z prawdy nie może wynikać fałsz.

- **równoważność zdań p i q :**

$p \Leftrightarrow q$ – (... wtedy i tylko wtedy, gdy ...)

Wartości logiczne zdania zbudowanego w postaci równoważności w odniesieniu do wartości logicznych zdań składowych przedstawia poniższa tabela.

Wartość logiczna zdania p	Wartość logiczna zdania q	Wartość logiczna równoważności zdań $p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Zawartość tabeli znowu jest zgodna z naszą intuicją: równoważność jest prawdziwa, jeżeli oba zdania składowe mają tę samą wartość logiczną.

Przykład 8

Jak zapiszemy i wypowiemy **równoważność** naszych zdań p i q ? Czy jest to zdanie prawdziwe?

Rozwiązanie:

Równoważność zbudowana z naszych zdań p i q ma postać: $(p \Leftrightarrow q)$: Okrag ma jeden środek wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt ma cztery wierzchołki.

Zdanie nie jest prawdziwe, ponieważ zdanie p jest prawdziwe, a zdanie q jest fałszywe, czyli mają one różne wartości logiczne.

Przykład 9

Rozważmy następujące zdanie złożone: $(32 : 16 = 2) \Rightarrow (43 = 64)$. Jaką wartość logiczną ma ta implikacja?

Rozwiązanie:

Jest to implikacja, gdzie zarówno poprzednikiem, jak i następnikiem są równości, które mogą być prawdziwe lub nie. Zdanie p to w tym przypadku równość $32 : 16 = 2$, która jest prawdziwa, zdanie q to równość $43 = 64$, która jest fałszywa. Tak więc implikacja $p \Rightarrow q$ jest fałszywa, ponieważ z prawdy nie może wynikać fałsz.

W logice istnieją prawa logiczne zawsze prawdziwe. Nazywamy je tautologiami. Warto zapoznać się przynajmniej z niektórymi z nich, ponieważ są zgodne z naszym poczuciem zdrowego rozsądku i potwierdzają obecność logiki w naszych codziennych rozumowaniach:

1. prawo podwójnego przeczenia $p \Leftrightarrow \sim (\sim p)$
2. prawo wyłączonego środka $p \vee \sim p$ (z dwóch zdań przeciwnych przynajmniej jedno jest prawdziwe)
3. prawo sprzeczności $\sim(p \wedge \sim p)$ (z dwóch zdań przeciwnych przynajmniej jedno jest fałszywe)
4. prawo przemienności koniunkcji $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
5. prawo przemienności alternatywy $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

Oprócz zdań logicznych, których wartość logiczną możemy natychmiast określić, w logice istnieją też formy (funkcje) zdaniowe, czyli zdania orzekające, którym nie można przypisać określonej wartości logicznej, gdyż zawierają zmienną należącą do pewnego zbioru X (zwanego dziedziną formy zdaniowej), jednak, gdy przyjmiemy zamiast zmiennej dowolny element dziedziny, to forma zdaniowa staje się zdaniem logicznym. Formy zadaniowe oznaczamy $p(x)$, $q(x)$ itp.

Przykład 10

Rozważmy następującą nierówność: $x > 5$. Oznaczmy ją $p(x)$. Czy ta nierówność jest zawsze prawdziwa lub zawsze fałszywa?

Rozwiązanie:

Odpowiedź: Nierówność jest prawdziwa dla x większych od 5, fałszywa dla x mniejszych od 5 lub równych 5.

Nierówność z Przykładu 10 możemy uznać za formę zdaniową $p(x)$, która zmienia się w zdanie prawdziwe, jeśli w miejsce zmiennej x wstawimy liczbę większą od 5, w zdanie fałszywe, jeśli wstawimy liczbę równą 5 lub mniejszą od 5. Dziedziną tej formy zdaniowej może być np. zbiór liczb rzeczywistych.

Z formami zdaniowymi spotykaliście się już wcześniej. Każde równanie i nierówność jest **formą zdaniową**.

Wiele twierdzeń jest zbudowanych w postaci form zdaniowych, warto więc zwrócić uwagę na nie, zwłaszcza na negowanie form zdaniowych.

Przykład 11

Określmy formę zdaniową $q(x)$: $5 \leq x \leq 7$

w dziedzinie, którą jest zbiór liczb rzeczywistych. Dla jakich x ta forma zamienia się w zdanie prawdziwe, a dla jakich w zdanie fałszywe? Jak zapiszemy negację tej formy?

Rozwiązanie:

Forma zdaniowa $q(x)$ zamienia się w zdanie prawdziwe, jeśli w miejsce zmiennej x wstawimy liczbę, która jest nie mniejsza niż 5 i nie większa niż 7, natomiast w zdanie fałszywe, jeśli wstawimy liczbę mniejszą od 5 lub liczbę większą od 7. Negację tej formy zapiszemy: $x \in (-\infty, 5) \cup (7, \infty)$.

Jak widać z rozwiązania Przykładu 11 w przypadku form zdaniowych określonych w postaci przedziału przy budowaniu negacji formy bardzo ważne jest pamiętanie o przedziałach domkniętych i otwartych, aby suma formy i jej negacji dawała nam całą dziedzinę.

Słownik

zdanie logiczne

wypowiedź języka, której można przypisać jedną z dwóch wartości logicznych: prawda lub fałsz

wartość logiczna

podstawowa cecha zdania określająca jego stosunek do faktów (zgodność lub niezgodność z faktami)

spójnik (funktor) logiczny

wyraz łączący dwa zdania logiczne

negacja

zdanie mające postać „nieprawda, że p ”, gdzie p jest zdaniem

koniunkcja

zdanie złożone mające postać „ p i q ”, gdzie p, q są zdaniami

alternatywa

zdanie złożone mające postać „ p lub q ”, gdzie p, q są zdaniami

implikacja

zdanie złożone mające postać „jeśli p to q ”, gdzie p, q są zdaniami

równoważność

zdanie złożone postaci „ p wtedy i tylko wtedy, gdy q ”, gdzie p, q są zdaniami

forma zdaniowa

wyrażenie, w którym występuje zmienna x i które staje się zdaniem w sensie logiki, gdy w miejsce x podstawimy dowolny element zbioru X , zwanego dziedziną

Mapa myśli

Polecenie 1

Popatrz na poniższy obraz i przeanalizuj utworzone w oparciu o niego zdania logiczne umieszczone na mapie myśli.



Eugene Tssui

Źródło: Eugenetssui, dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, licencja: CC BY-SA 4.0.

Zdania:

p: Obraz jest jednokolorowy.

q: Na obrazie widać dwie twarze.

r: Wśród kształtów na obrazie występują czworokąty.

s: Obraz przedstawia pejzaż.

- Logika w obrazie
 - zdanie p
 - wartość logiczna zdania 0
 - wartość logiczna zaprzeczenia 1
 - zdanie q
 - wartość logiczna zdania 1
 - wartość logiczna zaprzeczenia 0
 - zdanie r
 - wartość logiczna zdania 1
 - wartość logiczna zaprzeczenia 0
 - zdanie s
 - wartość logiczna zdania 0
 - wartość logiczna zaprzeczenia 1

Polecenie 2

Poniżej widzisz mapę myśli poświęconą zdaniom złożonym. Uzupełnij ją na podstawie obrazu.

- Zdania złożone
 - q i r
 - zdanie
 - wartość logiczna
 - p lub r
 - zdanie
 - wartość logiczna
 - jeżeli s , to p
 - zdanie
 - wartość logiczna
 - q wtedy i tylko wtedy, gdy s
 - zdanie
 - wartość logiczna

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Oceń prawdziwość podanych zdań. Odpowiedzi wpisz do tabeli:

Zdanie	Wartość logiczna
p : Trójkąt ma trzy boki.	
q : Czworokąt ma pięć kątów.	
$p \wedge q$	
$p \vee q$	
$p \Rightarrow q$	
$p \Leftrightarrow q$	

Ćwiczenie 2



Przypisz zdaniom wartość 1 (prawda) lub 0 (fałsz). Przeciągnij poprawne wartości do tabeli.

15 jest liczbą pierwszą, (-3) jest liczbą naturalną, $\sqrt{5}$ jest liczbą niewymierną, Warszawa jest stolicą Chin, $\frac{10}{5}$ jest liczbą całkowitą, Sześciokąt foremny ma 10 przekątnych, Słońce jest gwiazdą, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1

Zdanie	1	0
15 jest liczbą pierwszą		
(-3) jest liczbą naturalną		
$\sqrt{5}$ jest liczbą niewymierną		
Warszawa jest stolicą Chin		
$\frac{10}{5}$ jest liczbą całkowitą		
Sześciokąt foremny ma 10 przekątnych		
Słońce jest gwiazdą		

Ćwiczenie 3



Masz podane dwa zbiory zdań. Połącz w pary zdania z obu zbiorów tak, aby w każdej parze było zdanie i jego zaprzeczenie.

$$4 > 3$$

$$4 \leq 3$$

$$4\sqrt{2} \geq 2\sqrt{4}$$

$$11 \neq 11$$

8451 jest liczbą podzielną przez 3

$$4\sqrt{2} < 2\sqrt{4}$$

$$11 = 11$$

8451 nie jest liczbą podzielną przez 3

Ćwiczenie 4



Podaj zaprzeczenia zdań:

a) Każdy prostokąt jest równoległobokiem.

b) Istnieją trzy punkty płaszczyzny, przez które nie da się poprowadzić prostej.

Ćwiczenie 5



Wskaż wszystkie zdania prawdziwe.

☐ $(3 > 4) \vee \left(\frac{1}{4} < \frac{1}{3}\right)$

☐ $(32 : 16 = 2) \Rightarrow (43 = 64)$

☐ $(4 \geq 2) \wedge (7 < 8)$

☐ $(10 = 4 \cdot 2) \wedge (5 \geq -2)$

☐ $(5 : 2 = 3) \Leftrightarrow (2 \cdot 10 = 4)$

Ćwiczenie 6



Aby ocenić wartość logiczną koniunkcji zdań: „Równanie $2x + 3 = 4x + 6$ ma jedno rozwiązanie i kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest dodatni.” możemy postąpić tak:

- oznaczamy zdania proste
 p : równanie $2x + 3 = 4x + 6$ ma jedno rozwiązanie
 q : kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest dodatni
- określamy wartości logiczne zdań prostych
 $w(p) = 1; w(q) = 0$
- określamy wartość logiczną koniunkcji zdań
 $w(p \wedge q) = 0$

Postępując podobnie, określ wartości logiczne zdań:

- a) Każdy czworokąt ma cztery kąty i środek symetrii.
- b) Gdańsk leży w górach i nie jest stolicą Polski.
- c) Bogusławski skomponował „Halkę” i Żeromski napisał „Pana Tadeusza”.

Ćwiczenie 7



Znajdź taką liczbę całkowitą, która po podstawieniu w miejsce zmiennej x sprawi, że otrzymamy zdanie prawdziwe:

- a) $\sqrt{-x} \leq 3 \wedge x^2 - 81 = 0$
- b) $x < 1 \wedge \frac{1}{x} = x$
- c) x jest liczbą pierwszą lub $|x| = 8$

Ćwiczenie 8



Dane są dwie formy zdaniowe: $p(x) : x > -10$ i $q(x) : x < 6$. Dziedziną obu form jest zbiór liczb rzeczywistych.

- a) Zapisz zaprzeczenia obu form, ich koniunkcję i alternatywę oraz koniunkcję i alternatywę ich negacji.
- b) Podaj przykłady dwóch liczb dla których prawdziwa jest koniunkcja tych form.
- c) Podaj przykład liczby, dla której prawdziwa jest alternatywa zaprzeczeń obu form.
- d) Podaj przykład liczby, dla której prawdziwa jest alternatywa formy $p(x)$ i negacji formy $q(x)$.

Dla nauczyciela

Autor: Anna Rybak

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wprowadzenie do logiki matematycznej

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Cele kształcenia – wymagania ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

2) Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1) Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Liczby rzeczywiste.

Zakres podstawowy. Uczeń:

2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:

- a) dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
- b) dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;

VIII. Planimetria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje zdania logiczne i określa ich wartość logiczną
- tworzy złożone zdania logiczne i określa ich wartość logiczną
- posługuje się formami zdaniowymi

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów
- mapa myśli
- praca z tekstem matematycznym
- dyskusja
- ćwiczenia

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do internetu
- projektor multimedialny

Przebieg lekcji**Faza wstępna:**

1. Uczniowie metodą burzy mózgów określają, co rozumieją pod pojęciami „logika”, „logika matematyczna”, przedstawiają znane im informacje i swoje wyobrażenia na

temat logiki; mogą utworzyć mapę myśli na ten temat. Wypowiadają się też na temat użyteczności logiki – według ich wyobrażeń.

2. Nauczyciel przedstawia uczniom temat – „Wprowadzenie do logiki matematycznej”, wskazuje cele zajęć oraz ustala z nimi kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie wspólnie zapoznają się z informacjami w sekcji „Przeczytaj”. Analizują przedstawione przykłady, w formie dyskusji podają swoje przykłady zdań logicznych oraz omawiają przytoczone tautologie, próbując na podanych przez siebie przykładach uświadomić sobie ich prawdziwość (kształci się tutaj krytyczne myślenie).
2. Uczniowie indywidualnie analizują materiał przedstawiony w sekcji „Mapa myśli”, a następnie wykonują w parach polecenia oparte o obserwację grafiki.
3. Uczniowie wykonują indywidualnie zadania 1, 2, 3, 4a), 5, 6, 7, 8a), 8b) z sekcji „Sprawdź się”, następnie dyskutują o rozwiązaniach sprawdzając ich poprawność i uzasadniając swoje decyzje.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel zadaje uczniom pytania: Co było w lekcji trudne? Co było w lekcji interesujące? Co chcielibyście zmienić, gdyby lekcja miała być przeprowadzona jeszcze raz? Jeszcze raz krótko odnosi się do elementów trudnych, komentuje propozycje zmian w lekcji.
2. Uczniowie krótko podsumowują swoje osiągnięcia, rozwijając zdanie: Na dzisiejszych zajęciach można było dowiedzieć się o ...

Praca domowa:

- Uczniowie wykonują zadania z sekcji „Sprawdź się”, które nie zostały rozwiązane w czasie lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Co mówią pytania?](#)

Wskazówki metodyczne:

Lekcja zawiera dosyć dużo materiału zupełnie nowego dla uczniów, dlatego też proponuję wspólne analizowanie go w formie dyskusji i podawanie przez uczniów podczas tej dyskusji najwięcej własnych, prostych przykładów, aby uniknąć uczenia się nowych pojęć na pamięć.

Mapa myśli może być wykorzystana przy okazji zajęć poświęconych dowodzeniom twierdzeń matematycznych,